

BALBUS

PRÉSENTATION SYSTÉMATIQUE
DE TOUTES LES FIGURES

PODISMUS
ET TEXTES CONNEXES

EXTRAITS D'EPAPHRODITE ET DE VITRUVIUS RUFUS;
LA MESURE DES JUGÈRES

INTRODUCTION, TRADUCTION ET NOTES PAR
JEAN-YVES GUILLAUMIN

Introduction par J.-Y. Guillaumin	93
Appendice	118
Podismus	120
La mesure par pèdes	121
Epaphroditos et Vitruvius Rufus	134
Extraits d'Epaphroditos et de Vitruvius Rufus	137
De iugentibus mensuris	193
La mesure des jùgers	197
Figures	212

CORPVS
AGRIMENSORVM ROMANORVM

III

quaeramus singulas praecisuras, <semper facio X in se: fit C; et VI in se: fit XXXVI; hoc tollo de C: reliquum fit LXIII. Huius semper sumo latus: fit VIII. Erit maior praecisura eiusdem trigoni orthogonii.>

EPAPHRODITI ET VITRVVII RVFI LIBER

9. Trigoni orthogonii cuius cathetus ped. V, hypotenusa ped. XIII, quaero basim. $\overline{SQ}$. Hypotenusam in se: fit CLXVIII. Hinc tollo cathetum in se, id est XXV; reliquum CXLIII; huius latus: fit XII; erit basis. Item hypotenusam inuenire. Cathetum in se: fit XXV; basim in se: fit CXLIII; iunctas in unum: fit CLXVIII. Huius sumo latus: fit XIII. Erit hypotenusa.

Item ad cathetum basim inuenire. Duco in se V: fiunt XXV. Hinc tollo I; reliquum XXIII. Sumo dimidiam: fit XII. Erit basis.

*praecisurae*³³, <on procédera de la manière suivante. Je fais toujours 10 par lui-même: cela donne 100; et 6 par lui-même: cela donne 36. Je retire ce nombre de 100: cela donne 64. Je prends toujours le côté de ce nombre: cela fait 8. Ce sera la grande *praecisura* de ce triangle rectangle.>³⁴

EXTRAITS D'EPAPHRODITE ET DE VITRUVIUS RUFUS

9. Dans un triangle rectangle dont³⁵ la hauteur est de 5 pieds, l'hypoténuse de 13 pieds, je demande la base. On procédera de la manière suivante. L'hypoténuse par elle-même: cela fait 169. De ce nombre j'enlève la hauteur par elle-même, c'est-à-dire 25; il reste 144. Je prends³⁶ le côté de ce nombre; cela fait 12: ce sera la base. De même, trouver l'hypoténuse. La hauteur par elle-même: cela fait 25. La base par elle-même: cela fait 144. Additionnées³⁷: cela fait 169. Je prends le côté de ce nombre: cela fait 13. Ce sera l'hypoténuse. De même, trouver la base d'après la hauteur. Je multiplie 5³⁸ par lui-même: cela fait 25. De ce nombre, j'enlève 1; il reste 24. Je prends la moitié: cela fait 12. Ce sera la base. A la

³³ Fin du texte édité par Lachmann sous le titre de *Podismus*.

³⁴ La reconstitution du texte manquant (qui n'est pas tentée par Bubnov) n'est pas hasardeuse: elle est induite par ce qui précède (§ 4). On est conduit à rétablir ici le calcul de la grande *praecisura* plutôt que celui de la petite, à cause de la simplicité des calculs à effectuer dans ce cas (nombres entiers), alors que pour trouver la petite *praecisura*, l'auteur de notre texte, qui y répugne, aurait dû travailler sur des nombres à décimale: le carré de la petite *praecisura* est en effet $7,5^2 - 6^2 = 56,25 - 36 = 20,25$, dont il faut ensuite tirer la racine 4,5. En revanche, le calcul de la petite *praecisura* est évident une fois que l'on connaît la grande, et c'est pourquoi il n'est pas utile ici, par plus que dans le § 4, de restituer un texte concernant ce calcul.

³⁵ *Cuius* n'est pas dans l'Arcerianus ni chez Bubnov; j'adopte la leçon du Parisinus 13955. - Noter que les § 9-11 sont attribués par Bubnov (avec un?) à Epaphrodite.

³⁶ *Sumo* n'est pas chez Bubnov.

³⁷ *Iunctas* dans le Parisinus 13955; *iunctis* chez Bubnov.

³⁸ V (Parisinus 13955) est omis chez Bubnov.

30. Omnis pentagonus aequis habetur lateribus; cuius latus unum in se multiplico et iterum ter duco; ipsam aeram <adicio>, dimidiam partem sumo, pentagonum dico.

30. Tout pentagone est contenu par des côtés égaux; je multiplie l'un de ses côtés par lui-même, et à nouveau je multiplie par 3. A cela <j'ajoute>⁸⁷ le nombre lui-même; je prends la moitié; je donne le pentagone⁸⁸.

⁸⁷ L'erreur qui consiste à ajouter la valeur n du côté du polygone au lieu de la retrancher comme l'exigerait la formule qui sera développée à la note suivante paraît s'expliquer par le fait que l'auteur de ce texte a voulu répéter, à propos du pentagone puis de l'hexagone, la même démarche que pour le triangle équilatéral (§ 28). Dans le cas du triangle équilatéral en effet, comme nous l'avons signalé, la formule générale du calcul de la valeur d'un polygone de n côtés de valeur n imposait d'ajouter, à cette étape du processus, la valeur du côté; ce n'est plus vrai du pentagone, pour lequel le calcul doit être, selon la même formule: $10 \times 10 = 100$; $100 \times 3 = 300$; $300 - 10 = 290$; $290/2 = 145$. Effectivement, 145 est un nombre pentagone; 155 ne l'est pas du tout. On dira la même chose à propos de l'hexagone du § 31. Faut-il pour autant corriger *adicio* en *abicio* comme fait Bubnov en se fondant sur le texte de quelques mss.? Nous ne l'avons pas pensé, parce que 1) la cohérence de l'erreur s'étend sur plus de la moitié des § 30 (pour le pentagone) et 31 (pour l'hexagone); 2) on ne trouve jamais *abicio* au sens de "retrancher": les verbes employés sont *tollo*, *deduco*, *sumo*. Un seul ms., à notre connaissance, ne présente pas les erreurs en question dans ces deux paragraphes, à propos du pentagone puis de l'hexagone: c'est le ms. de Munich 13084 (9ème-10ème s.) sur lequel se fonde l'édition de V. Mortet, ce qui permet à P. Tannery de préciser en note (p. 540) que "les deux premiers de ces problèmes sur les polygones ne présentent pas la faute de formule qui les entache dans l'*Arcerianus*". Nous avons ici conservé le texte fautif des témoins les plus anciens.

⁸⁸ Dans le Parisinus 13955, au lieu de *ipsam aeram ... dico*, on lit: *cui supradicto lateri* (à corriger en: *cui super adicio latus*), *id est X*; *huius totius summae dimidium partem sumo*; *erit area pentagoni*. Bubnov a le même texte que le nôtre, à cette différence près qu'il écrit, comme on l'a vu, *abicio* au lieu de *adicio*. - A partir d'ici et dans les paragraphes suivants, on va suivre l'ordre des *Metrica* et des *Geometrica* pour l'examen des différents polygones réguliers à n côtés à partir du pentagone. Mais le propos n'est plus géométrique, contrairement à ce que suggère le texte; il est arithmétique. Car 145, 190, 235, etc., ne sont pas à prendre, dans les § 30, 31, 32, etc., comme les aires respectives d'un pentagone, d'un hexagone, d'un heptagone, etc., chacun de côté égal à 10 pieds, contrairement à ce que dit le texte. Celui-ci, *uolens nolens*, traite ici non pas de surfaces géométriques polygonales, mais des nombres pentagones, hexagones, heptagones, etc., notion qui ressortit à l'ancienne mathématique pythagoricienne et à sa théorie des "nombres-figures", exposée notamment chez Nicomaque, *Introduction arithmétique* (2ème s. de notre ère), puis dans l'*Institution arithmétique* de Boèce, adaptateur latin de cet ouvrage

Si fuerit pentagonus cuius singula latera sint ped. X, quaero quot ped. area sit. $\overline{SQ}$. Facio decem in se: fit C. Hoc semper duco

Si l'on a un pentagone dont les côtés sont chacun de 10 pieds, je demande de combien de pieds sera sa surface. On procèdera de

grec, vers l'an 500. Dans le système pythagoricien, les nombres peuvent être représentés par des figures géométriques: ainsi 3 ou 10 sont des "nombres triangles", qui peuvent être représentés ainsi:



Il importe de noter qu'il s'agit là de "nombres-sommes", non pas de "nombres-produits": la valeur du triangle 10 qui est représenté ci-dessus est la somme des unités-points qui le constituent, non pas le produit d'un de ses côtés par un autre. Seul, dans les polygones, le carré pourrait répondre à cette dernière définition, puisqu'il est aussi bien "nombre-produit" que "nombre-somme". Sur cette confusion entre produit et somme, voir P.-H. MICHEL, *De Pythagore à Euclide*, Paris, 1950, p. 653 sq. et notamment p. 654: "Inadaptation du nombre figuré à la mesure des surfaces, même rationnelles. - Si un nombre carré ou rectangulaire mesure un carré ou un rectangle, un nombre triangulaire ou pentagonal figure, mais ne mesure pas le triangle ou pentagone correspondant. (...) Cette inadaptation (...), aux époques de décadence, devint parfois une source d'erreur (...)". On peut poser - et c'est ce que faisait Nicomache - le tableau suivant pour présenter ces séries de nombres (l'unité, principe du nombre pour les pythagoriciens, en laquelle se résument les caractéristiques de chaque nombre particulier, est chaque fois le premier nombre polygone régulier de la série):

triang.	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
carrés	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
pentag.	1	5	12	22	35	51	70	92	117	145
hexag.	1	6	15	28	45	66	91	120	153	190
heptag.	1	7	18	34	55	81	112	148	189	235

On remarque facilement que la dernière colonne à droite est celle qui présente, pour l'heptagone, le nombre dont va traiter notre § 32. Pour le pentagone aussi, c'est 145 qui s'impose pour le § 30, alors que le texte latin de l'Archerianus donne 155; même remarque pour le § 31, où s'impose le nombre

la manière suivante. Je fais 10 par lui-même: cela fait 100. Je multiplie toujours ce nombre par 3: cela fait 300. A ce nombre, j'ajoute⁸⁹ un côté: cela fait 310. Je prends la moitié, c'est-à-dire 155. Tel sera le nombre de pieds de la surface de ce pentagone⁹⁰.

190 pour l'hexagone (voir notes suivantes). Si le tableau était poursuivi pour les polygones réguliers suivants, on verrait en dernière colonne les nombres 280 pour l'octogone (cf. § 33), 325 pour l'ennéagone (cf. § 34), 370 pour le décagone (cf. § 35), 415 pour l'hendécagone (cf. § 36) et 460 pour le dodéca-gone (cf. § 37). Mais ces nombres ne représentent aucunement la surface d'un polygone à n côtés valant chacun 10 pieds. Les calculs d'Héron d'Alexandrie dans les *Metrica*, que nous citons chaque fois en note, donnent la vraie valeur de la surface de ces figures: elle n'a rien à voir avec ce que dit notre texte (par exemple, la surface du pentagone de côté 10 fait $166\frac{2}{3}$; celle de l'heptagone de côté 10 fait $358\frac{1}{3}$). Nous avons donc ici non pas une manière de calculer géométriquement la surface d'un polygone régulier à n côtés, mais un ensemble de paragraphes arithmétiques certainement inspirés du traité sur les nombres polygones écrit par Diophante d'Alexandrie au 3ème s. de notre ère, dont seul un fragment nous est parvenu (cf. T. L. HEATH, *op. cit.*, vol. 2, p. 514-517). Chacun de nos paragraphes 30 à 37 va commencer par énoncer, appliquée à chacun des polygones réguliers dont ils traitent, la formule suivante, permettant de trouver la valeur d'un polygone P dont le nombre de côtés est a , la valeur de chaque côté étant n :

$$P = \frac{(a-2)n^2 - (a-4)n}{2}$$

T. L. HEATH, pour sa part, donne l'écriture

$$P = \frac{[2 + (2n-1)(a-2)]^2 - (a-b)^2}{8(a-2)}$$

pour la formule de Diophante.

⁸⁹ Au lieu des deux mots *huic adicio* que nous gardons parce qu'ils étaient dans le modèle de l'Arceanus, bien qu'ils soient erronés, Bubnov, qui a choisi de donner le texte corrigé, écrit évidemment *hinc abicio*. En conséquence, il a ensuite les nombres 290 et 145.

⁹⁰ Il faut comparer cette première partie du § 30 au passage parallèle de la *Géométrie* pseudo-boécienne qui traite du pentagone: dans la *Géométrie* (p. 419 lignes 13-21 Friedlein) il s'agit d'un pentagone de côté égal à 6 pieds, à propos duquel le calcul est le suivant: $6 \times 6 = 36$; $36 \times 3 = 108$; $108 + 6 = 114$; mais ce dernier nombre, donné comme celui de la surface du pentagone, n'est pas divisé par 2. La seconde partie du § 30 n'a pas son parallèle dans la

ligit ped. CLV; lateris unius mensuram quaero. $\overline{SQ}$. Facio huius pentagoni supradictam aream, hoc est CLV, per XXIII: fit $\overline{IIIDCCXX}$. Huic adicio semper I: fit $\overline{IIIDCCXXI}$. Huius summae quaero latus: fit LXI. Hinc semper deduco I: fit LX. Sumpta parte sexta fit X. Tot ped. est huius pentagoni latus.

Si interrogatus fueris [X] ab asse usque X in pentagonum, $\overline{SQ}$. Numerum datum in pentagonum: fit CXLV. Hoc duco bis: fit

Pour trouver le calcul évident de <la mesure de> ce pentagone: on a donc un pentagone de la mesure dite ci-dessus, dont la surface fait 155 pieds; je demande la mesure d'un côté. On procédera de la manière suivante. Je fais la surface de ce pentagone, c'est-à-dire 155, par 24: cela fait 3720. J'ajoute toujours 1: cela fait 3721. De ce nombre, je cherche le côté: cela fait 61. De ce nombre, je retranche⁹¹ toujours 1: cela fait 60. On prend le 1/6ème: cela fait 10. Tel est le nombre de pieds du côté de ce pentagone.

Si l'on te demande [10] depuis 1 jusqu'à 10 pour le pentagone⁹², on procédera de la manière suivante. Le nombre

Géométrie pseudo-boécienne; la même remarque peut se faire des § suivants, et c'est une différence notable entre les deux textes. Le point commun est que la *Géométrie* va ensuite traiter successivement, comme notre texte, de l'hexagone, de l'heptagone, de l'octogone, de l'ennéagone et du décagone; en revanche elle n'évoquera qu'allusivement (p. 423 lignes 1-7 Friedlein) l'hendécagone et le dodécagone.

⁹¹ Pour tous les polygones réguliers, la formule (1) que notre texte va suggérer pour le calcul de la valeur d'un côté d'après la valeur d'ensemble du polygone est la suivante, si P est le polygone, a le nombre des côtés et n la valeur d'un côté:

$$n = \frac{\sqrt{8 P(a-2) + (a-4)^2} + (a-4)}{2(a-2)}$$

C'est la formule de Diophante, dans son traité sur les nombres polygones, que T. L. HEATH, *op. cit.*, vol. 2, p. 516, écrit de la façon suivante (2):

$$n = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{[8 P(a-2) + (a-4)^2]} - 2}{a-2} \right)$$

il est aisé de voir que (1) est identique à (2). Dans le présent paragraphe, à propos du pentagone, le texte travaille encore sur la donnée fausse $P = 155$ et il parvient, dans ce cas précis, à retrouver le nombre exact du côté, 10, en retranchant $(a-4)$ dans le numérateur au lieu de l'ajouter.

⁹² L'expression est en soi peu claire; elle désigne la valeur de la somme des dix premiers pentagones, comme on peut le vérifier sur le tableau donné ci-dessus en note: en effet, $1 + 5 + 12 + 22 + 35 + 51 + 70 + 92 + 117 + 145 =$

CCXC. Adicio ipsam aeram quam interrogatus es: fit CCC. Duces per unum plus, hoc est XI: fit IIICCC. Et dices partem sextam: fit DL. Si cum lateribus dixerit, numerum datum in trigonum, fit LV; adicis ipsum, fit DCV; si sine lateribus, deducis: fit CCCCXCV.

31. Omnis hexagonus aequi habetur lateribus; cuius latus unum in se multiplico et iterum quater duco; ipsam aeram semper

$$n = \frac{\sqrt{24(a-2) + (a-4)^2} + (a-4)}{2(a-2)}$$

$$n = \frac{\sqrt{24(a-2) + (a-4)^2} - 2}{a-2}$$

donné pour le pentagone fait 145⁹³. Je multiplie ce nombre par 2: cela fait 290. J'ajoute le nombre⁹⁴ que l'on t'a demandé: cela fait 300. Tu multiplieras par 1 de plus, c'est-à-dire par 11: cela fait 3300. Et tu donneras le 1/6ème: cela fait 550. Si l'on t'a dit avec les côtés, le nombre donné pour le triangle: cela fait 55; tu l'ajoutes: cela fait 605; si c'est sans les côtés, tu le retranches: cela fait 495⁹⁵.

31. Tout hexagone est contenu par des côtés égaux; je multiplie l'un de ses côtés par lui-même, et à nouveau je multiplie par 4.

550. Il faut comprendre: "si l'on te demande de calculer la somme des valeurs des figures dont la valeur du côté va de 1 à 10 pour le pentagone, etc.". Semblablement, les § suivants proposeront, dans leurs passages parallèles à celui-ci, un procédé pour trouver la somme des dix premiers hexagones (715), des dix premiers heptagones (880), etc. La formule est la suivante:

$$\frac{(2P + n) \times (a + 1)}{6}$$

(avec P = valeur du polygone, n = valeur du côté, a = nombre de côtés du polygone). Noter que cette dernière partie du § 30, pas plus que l'ensemble correspondant dans les paragraphes suivants, ne se trouve pas dans le ms. de Munich 13084 sur lequel se fonde l'édition de V. Mortet: le texte s'y termine chaque fois sur le calcul du nombre de pieds du côté du polygone.

⁹³ Voici que, curieusement, cette dernière partie du § travaille sur le nombre correct: P = 145. L'erreur qui entachait les lignes précédentes, P=155, est ici abandonnée. Toutes ces remarques sont valables pour le paragraphe suivant, qui traite de l'hexagone avec les mêmes erreurs aux mêmes endroits, et la même rectification dans la partie finale.

⁹⁴ *Aeram*, le nombre donné qui constitue la base du calcul, comme on l'a expliqué précédemment.

⁹⁵ Héron, *Metrica*, 1, 18 p. 52 Schöne, fait: $10 \times 10 = 100$; $100/3 = 33 \frac{1}{3}$; $33 \frac{1}{3} \times 5 = 166 \frac{2}{3}$. Les *Geometrica*, p. 382 lignes 17 sq. Heiberg, font, avec 35 pieds comme valeur du côté du pentagone: $35 \times 35 = 1225$; $1225 \times 12 = 14700$; $14700/7 = 2100$. Dans les lignes suivantes (l.22 - 25), les *Geometrica* attribuent à "un autre livre d'Héron" la résolution suivante, avec un côté de 10 pieds: $10 \times 10 = 100$; $100 \times 5 = 500$; $500/3 = 166 \frac{2}{3}$. Cette dernière solution est évidemment celle des *Metrica*, auxquels est étranger l'usage du rapport 12/7.

bis adicio, dimidiam partem sumo, hexagonum dico.

Si fuerit hexagonus cuius latera sint singula ped. X, quaero quot ped. area colligat. $\overline{\text{SQ}}$. Multiplico unum latus in se: fit C. Hoc duco quater: fit CCCC. Huic aeram dictam bis ductam adicio: fit CCCCXX; sumpta parte dimidia fit CCX: tot pedum est huius hexagoni area.

Vt huius hexagoni manifestam mensurae inueniamus rationem: est igitur hexagonus cuius area colligit ped. CCXV; unius lateris quaero mensuram. $\overline{\text{SQ}}$. Duco XXXII CCX: fit $\overline{\text{VIDCCXX}}$. Huic semper adicio IIII: fit $\overline{\text{VIDCCXXIIII}}$. Quaero huius summae latus: fit LXXXII. Hinc semper deduco II: fit reliquum LXXX; sumpta parte VIIIa fit X. Tot pedum est huius hexagoni latus.

Ab asse usque X in hexagonum, $\overline{\text{SQ}}$. Numerum datum in hexagonum, fit CXC. Hoc duco bis: fit CCCLXXX. Et adicio ipsum $\langle X \rangle$: fit CCCXC. Duco per unum plus; fit $\overline{\text{IIII CCXC}}$. Dico partem semper sextam: fit DCCXV. Si cum lateribus dixerit,

J'ajoute⁹⁶ toujours le nombre de base⁹⁷ lui-même multiplié par 2; je prends la moitié; je donne l'hexagone.

Si l'on a un hexagone dont les côtés sont chacun de 10 pieds, je demande de combien de pieds sera sa surface. On procèdera de la manière suivante⁹⁸. Je multiplie un côté par lui-même: cela fait 100. Je multiplie ce nombre par 4: cela fait 400. A ce nombre, j'ajoute toujours le nombre donné⁹⁹ multiplié par 2: cela fait 420. Si l'on prend la moitié, cela fait 210: tel est le nombre de pieds de la surface de cet hexagone.

Pour trouver le calcul évident de la mesure de cet hexagone, soit donc un hexagone de la mesure dite ci-dessus, dont la surface fait 210 pieds; je demande la mesure d'un côté. On procèdera de la manière suivante. Je multiplie 210 par 32: cela fait 6720. A ce nombre, j'ajoute toujours 4: cela fait 6724. Je cherche le côté de ce nombre: cela fait 82. Je retranche toujours 2 de ce nombre: cela fait un reste de 80. On prend le 1/8ème: cela fait 10. Tel est le nombre de pieds du côté de cet hexagone.

Depuis 1 jusqu'à 10 pour l'hexagone, on procèdera de la manière suivante. Le nombre donné pour l'hexagone, cela fait 190. Je multiplie ce nombre par 2: cela fait 380. Et j'ajoute un côté de l'hexagone: cela fait 390. Je multiplie par un de plus: cela fait 4290. J'indique toujours le 1/6ème: cela fait 715. Si l'on t'a dit avec les

⁹⁶ Comme dans le § précédent, Bubnov donne ici le texte corrigé: *hinc abicio* au lieu de *huic adicio*. Les nombres sont ensuite chez lui corrigés comme il convient.

⁹⁷ *Ipsam aeram*, comme précédemment; *ipsam aream*, "la surface elle-même", dans le texte du Parisinus lat. 13955.

⁹⁸ Héron, *Metrica*, 1,19 p. 52 Schöne, fait: $10 \times 10 = 100$; $100 \times 100 = 10000$; $10000/4 = 2500$; $2500 \times 27 = 67500$; $\sqrt{67500} = 259$ par approximation. Les *Geometrica*, p. 382 l.26 sq. Heiberg, font, avec un côté de 30 pieds, le calcul suivant: $30 \times 30 = 900$; $900 \times 13 = 11700$; $11700/5 = 2340$. Aux lignes suivantes (l.31 sq.), ils ajoutent un autre procédé, pris ἐν ἄλλῳ βιβλίῳ: $30 \times 30 = 900$; $900 \times (1/3 + 1/10) = 390$; $390 \times 6 = 2340$. La *Géométrie* du Pseudo-Boèce (p. 420 lignes 3-10 Friedlein) travaille parallèlement sur un hexagone de côté égal à 8 (sans préciser qu'il s'agit de 8 pieds) et donne le calcul suivant: $8 \times 8 = 64$; $64 \times 4 = 256$; $256 + (2 \times 8) = 272$; $272/2 = 136$.

⁹⁹ *Aeram*; mais *aream*, "la surface", dans le texte du Parisinus lat. 13955.

numerus datum in trigonum; adicis ad DCCXV, fit DCCLXX; si sine lateribus dixerit, deducis DCCXV, fit DCLX.

32. Omnis heptagonus aequis habetur lateribus; cuius latus unum in se multiplico et postea quinquies duco, ipsam aeram ter deduco, dimidiam partem sumo, heptagonum dico.

Si fuerit heptagonus cuius latera singula habeant ped. X, quaero quot ped. area sit. $\overline{\text{SQ}}$. Multiplico unum latus in se: fit C. Hoc duco quinquies: fit D. Hinc deduco aeram ter ductam, hoc est XXX; reliqui CCCCLXX sumpta parte dimidia fit CCXXXV. Tot ped. est huius heptagoni area.

Vt huius heptagoni manifestam mensurae inueniamus rationem: est itaque heptagonus cuius area colligit ped. CCXXXV; unius lateris quaero mensuram. $\overline{\text{SQ}}$. Duco semper XL CCXXX: fit VIIIICCCC. Huic semper adicio VIII: fit VIIIICCCCVIII. Et quaero huius summae latus: fit XCVII; huic adicio semper III: fit C. Sumpta parte decima fit X. Tot ped. sunt huius heptagoni latera singula.

Ab asse usque X in heptagonum, $\overline{\text{SQ}}$. Numerum datum in heptagonum, fit CCXXXV. Hoc duco bis: fit CCCCLXX. Adicio ipsum $\langle X \rangle$: fit CCCCLXXX. Duco per unum plus: fit

côtés, le nombre donné pour le triangle: tu l'ajoutes à 715, cela fait 770. Si l'on t'a dit sans les côtés, tu le retires de 715, cela fait 660.

32. Tout heptagone est contenu par des côtés égaux; je multiplie l'un de ses côtés par lui-même, je multiplie ensuite cinq fois; je retranche trois fois le nombre de base, je prends la moitié, je donne l'heptagone.

Si l'on a un heptagone dont chacun des côtés ait 10 pieds, je demande de combien de pieds sera la surface. On procèdera de la manière suivante. Je multiplie un côté par lui-même: cela fait 100. Je multiplie ce nombre par 5: cela fait 500. De ce nombre, je retire le nombre donné multiplié par 3, c'est-à-dire 30; il reste 470. On prend la moitié: cela fait 235. Tel est le nombre de pieds de la surface de cet heptagone¹⁰⁰.

Pour trouver le calcul évident de cet heptagone: on a donc un heptagone dont la surface fait 235 pieds; je demande la mesure d'un côté. On procèdera de la manière suivante. Je multiplie toujours 235 par 40: cela fait 9400. A ce nombre, j'ajoute toujours 9: cela fait 9409. Et je cherche le côté de ce nombre: cela fait 97. A ce nombre, j'ajoute toujours 3: cela fait 100. Si l'on prend le 1/10ème, cela fait 10. Tel est le nombre de pieds de chacun des côtés de cet heptagone.

Depuis 1 jusqu'à 10 pour l'heptagone, on procèdera de la manière suivante. Le nombre donné pour l'heptagone, cela fait 235. Je le multiplie par 2: cela fait 470. J'ajoute 10 lui-même: cela fait 480. Je multiplie par 1 de plus: cela fait 5280. Je divise par 6: cela fait 880. Si on t'a dit avec les côtés, le nombre donné pour le

¹⁰⁰ Chez Héron, *Metrica*, 1,20, p. 54 l.21 sq. Schöne, on a le calcul suivant: $10 \times 10 = 100$; $100 \times 43 = 4300$; $4300/12 = 358 \frac{1}{3}$. Le même calcul est reproduit dans les *Geometrica*, p. 384 l.8-12 Heiberg, mais sans la démonstration géométrique qui le précédait chez Héron. Dans la *Géométrie* pseudo-boécienne (p. 420 ligne 13-p. 421 ligne 4 Friedlein), on a, avec un côté de 6 (sans la précision qu'il s'agit de pieds), le calcul suivant: $6 \times 6 = 36$; $36 \times 5 = 180$; $180 - (6 \times 3) = 162$; $162/2 = 81$.

VCLXXX. Et partior per partem sextam: fit DCCCLXXX. Si cum lateribus dixerit: numerum datum in trigonum, fit LV; adicis ad DCCCLXXX: fit DCCCCXXXV. Si sine lateribus, deduces et fit DCCCXXV.

33. Omnis octogonus aequis habetur lateribus; cuius latus unum in se multiplico et postea sexies ductum facio; ipsam aeram quater deduco; dimidiam partem sumo; octogonum dico.

Si fuerit octogonus cuius sint latera singula ped. X, quaero quot ped. area colligat. $\overline{SQ}$. Multiplico unum latus in se: fit C. Et hoc duco sexies: fit DC. Ex eo deduco aeram quater ductam, hoc est XL: fit reliquum DLX. Dimidiam partem sumo; fit CCLXXX. Tot ped. huius octogoni area colligit.

Vt huius octogoni manifestam mensurae inueniamus rationem: est itaque octogonus cuius area colligit ped. CCLXXX; unius lateris quaero mensuram. $\overline{SQ}$. Duco XLVIII per areae ped.: fit XIIICCCCXL. Huic adicio XVI: fit XIIICCCCLVI. Et uideo huius summae latus: fit CXVI. Huic adicio IIII: fit CXX. Sumpta parte XIIa fit X. Erit huius octogoni latus.

Ab asse usque X in octogonum, $\langle \overline{SQ} \rangle$. Numerum datum in octogonum: fit CCLXXX; hoc duco bis: fit DLX. Adicio ipsum X: fit DLXX. Duco hoc per unum plus, hoc est per XI: fit VICCLXX. Partior semper per partem sextam: fit MXLV. Si cum lateribus dixerit, adicio numerum datum in trigonum, LV: fit MC. Si sine lateribus, deduces: de MXLV tolle LV: fit DCCCCXC.

triangle: cela fait 55; tu l'ajoutes à 880: cela fait 935. Si c'est sans les côtés, tu le retranches, et cela fait 825.

33. Tout octogone est contenu par des côtés égaux; je multiplie l'un de ses côtés par lui-même, et ensuite je multiplie par 6, je retranche le nombre de base lui-même multiplié par 4, je prends la moitié, je donne l'octogone.

Si l'on a un octogone dont chacun des côtés ait 10 pieds, je demande de combien de pieds sera la surface. On procèdera de la manière suivante. Je multiplie un côté par lui-même: cela fait 100. Je multiplie ce nombre par 6: cela fait 600. De ce nombre, je retire le nombre donné multiplié par 4, c'est-à-dire 40; il reste 560. Je prends la moitié: cela fait 280. Tel est le nombre de pieds de la surface de cet octogone¹⁰¹.

Pour trouver le calcul évident de cet octogone: on a donc un octogone dont la surface fait 280 pieds; je demande la mesure d'un côté. On procèdera de la manière suivante. Je multiplie 48 par les pieds de la surface: cela fait 13440. A ce nombre, j'ajoute 16: cela fait 13456. Et je regarde le côté de ce nombre: cela fait 116. A ce nombre, j'ajoute 4: cela fait 120. Si l'on prend le 1/12ème, cela fait 10. Ce sera le côté de cet octogone.

Depuis 1 jusqu'à 10 pour l'octogone, <on procèdera de la manière suivante>. Le nombre donné pour l'octogone: cela fait 280. Je le multiplie par 2: cela fait 560. J'ajoute 10: cela fait 570. Je multiplie par 1 de plus, c'est-à-dire par 11: cela fait 6270. Je divise toujours par 6: cela fait 1045. Si on a dit avec les côtés, j'ajoute le nombre donné pour le triangle: cela fait 1100. Si c'est sans les côtés, tu le retrancheras: ôtes 55 de 1045, cela fait 990.

¹⁰¹ L'octogone de la *Géométrie* pseudo-boécienne (p. 421 lignes 7-15 Friedlein) a un côté de 8; le calcul est le suivant: $8 \times 8 = 64$; $64 \times 6 = 384$; $384 - (8 \times 4) = 352$; $352/2 = 176$. Dans les *Geometrica*, p. 384 lignes 13-17 Heiberg, avec un côté de 10 pieds comme dans notre texte, on fait: $10 \times 10 = 100$; $100 \times 29 = 2900$; $2900/6 = 483 \frac{1}{3}$. Les *Geometrica* reprennent donc exactement la fin d'Héron, *Metrica*, 1, 21 (p. 56 ligne 18-p. 58 ligne 12 Schöne), qui produit le même calcul avec les mêmes données numériques, après avoir opéré par démonstration géométrique.

34. Omnis ennagonus aequis habetur lateribus; cuius lateris unum in se multiplico et iterum septies ductum facio, ipsam aeram quinter deduco, dimidiam partem sumo, ennagonum dico.

Si fuerit ennagonus cuius latera singula habeant ped. X, quaero quot ped. area colligat. $\overline{3Q}$. Multiplico unum lateris in se: fit C. Et hoc duco septies: fit DCC. Hinc deduco ipsam aeram quinquies: fit L. Reliqui DCL dimidiam partem sumo: fit CCCXXV. Tot ped. huius ennagoni area est.

Vt huius ennagoni manifestam mensurae inueniamus rationem: est itaque ennagonus cuius area colligit ped. CCCXXV; unius lateris quaero mensuram. $\overline{3Q}$. Duco LVI per CCCXXV: fit XVIIIICC; huic adicio XXV: fit XVIIIICCXXV; huius summae quaero lateris: fit CXXXV; huic semper adicio V: fit CXL; sumpta parte XIIIIma fit X. Erit ennagoni huius lateris.

Ab asse usque X in ennagonum, $\overline{3Q}$. Numerum datum in ennagonum: fit CCCXXV; hoc duco bis: fit DCL. Adicio ipsam aeram: fit DCLX. Duco hoc per unum plus: fit VIIICCLX. Partior semper <per> partem sextam: fit MCCX. Si cum lateribus dixerit, adicio numerum datum in trigonum. Si sine lateribus, deducis et renuntias.

34. Tout enneágone est contenu par des côtés égaux; je multiplie l'un de ses côtés par lui-même, et ensuite je multiplie par 7, je retranche le nombre donné lui-même multiplié par 5, je prends la moitié, je donne l'enneágone.

Si l'on a un enneágone dont chacun des côtés ait 10 pieds, je demande de combien de pieds sera la surface. On procèdera de la manière suivante. Je multiplie un côté par lui-même: cela fait 100. Je multiplie ce nombre par 7: cela fait 700. De ce nombre, je retire le nombre donné multiplié par 5, c'est-à-dire 50; du reste, 650, je prends la moitié: cela fait 325. Tel est le nombre de pieds de la surface de cet enneágone¹⁰².

Pour trouver le calcul évident de cet enneágone: on a donc un enneágone dont la surface fait 325 pieds. Je demande la mesure d'un côté. On procèdera de la manière suivante. Je multiplie 56 par 325: cela fait 18200. A ce nombre, j'ajoute 25: cela fait 18225. Je cherche le côté de ce nombre: cela fait 135. A ce nombre, j'ajoute toujours 5: cela fait 140. Si l'on prend le 1/14ème, cela fait 10. Ce sera le côté de cet enneágone.

Depuis 1 jusqu'à 10 pour l'enneágone, on procèdera de la manière suivante. Le nombre donné pour l'enneágone: cela fait 325. Je le multiplie par 2: cela fait 650. J'ajoute le nombre donné lui-même: cela fait 660. Je multiplie par 1 de plus: cela fait 7260. Je divise toujours par 6: cela fait 1210. Si on a dit avec les côtés, j'ajoute le nombre donné pour le triangle. Si c'est sans les côtés, tu le retranches et tu annonces le résultat¹⁰³.

¹⁰² L'enneágone de la *Géométrie* pseudo-boécienne (p. 421 ligne 17 - p. 422 ligne 6 Friedlein) a un côté de 6 (sans la précision qu'il s'agit de "pieds"). Le calcul est le suivant: $6 \times 6 = 36$; $36 \times 7 = 252$; $252 - (6 \times 5) = 222$; $222/2 = 111$. La valeur de 10 pieds pour le côté se retrouve dans les *Geometrica*, p. 384 lignes 18-22 Heiberg, où l'on calcule: $10 \times 10 = 100$; $100 \times 51 = 5100$; $5100/8 = 637 \frac{1}{2}$. Même calcul avec les mêmes valeurs numériques chez Héron, *Metrica*, 1, 22 (p. 60 lignes 4-7 Schöne), après que l'on a donné d'abord la démonstration géométrique (reprise dans T. L. HEATH, *op. cit.*, vol. 2, p. 329) permettant de poser que la surface de l'enneágone de côté a est égale à $51/8a^2$.

¹⁰³ Les deux derniers résultats, 1265 et 1155, sont donnés par le Parisinus 13955.

35. Omnis decagonus aequis habetur lateribus; cuius latus unum in se multiplico <et postea VIII ductum facio>; ipsam aeram sexies ductam deduco, dimidiam partem sumo, decagonum dico.

Si fuerit decagonus cuius latera singula habeant ped. X, quaero quot ped. area colligat. $\overline{\text{SQ}}$. Multiplico unum latus in se: fit C. Hoc duco octies: fit DCCC. Hinc deduco aeram sexies ductam, hoc est LX. Fit reliquum DCCXL; sumpta parte dimidia fit CCCLXX. Tot ped. est huius decagoni area.

Vt huius decagoni manifestam mensurae inueniamus rationem: est itaque decagonus cuius area colligit ped. CCCLXX; unius lateris quaero mensuram. $\overline{\text{SQ}}$. Duco LXIII per CCCLXX: fit $\overline{\text{XXIII DCLXXX}}$; <huic> semper adicio XXXVI: fit $\overline{\text{XXIII DCCXVI}}$; huius summae quaero latus; fit CLIII; semper adicio VI: fit CLX; sumpta parte XVI fit X. Erit huius decagoni latus.

Ab asse usque X in decagonum, $\overline{\text{SQ}}$. Numerum datum in decagonum: fit CCCLXX; hoc duco bis: fit DCCXL. Adicio unius lateris summam: fit DCCL. Hoc duco per unum plus, hoc est per XI: fit $\overline{\text{VIII CCL}}$. Partior per VI: fit MCCCLXXV. Si cum lateribus dixerit, numerum datum in trigonum, fit LV: hoc adicio. Si sine lateribus, hoc deduco et renuntio.

35. Tout décagone est contenu par des côtés égaux; je multiplie l'un de ses côtés par lui-même, <et ensuite je multiplie par 8,>¹⁰⁴ je retranche le nombre donné lui-même multiplié par 6, je prends la moitié, je donne le décagone.

Si l'on a un décagone dont chacun des côtés ait 10 pieds, je demande de combien de pieds sera la surface. On procèdera de la manière suivante. Je multiplie un côté par lui-même: cela fait 100. Je multiplie ce nombre par 8: cela fait 800. De ce nombre, je retire le nombre donné multiplié par 6, c'est-à-dire 60; il reste 740. Je prends la moitié: cela fait 370. Tel est le nombre de pieds de la surface de ce décagone¹⁰⁵.

Pour trouver le calcul évident de ce décagone: on a donc un décagone dont la surface fait 370 pieds. Je demande la mesure d'un côté. On procèdera de la manière suivante. Je multiplie 64 par 370: cela fait 23680. <A ce nombre>, j'ajoute toujours 36: cela fait 23716. Je cherche le côté de ce nombre: cela fait 154. J'ajoute toujours 6: cela fait 160. Si l'on prend le 1/16ème, cela fait 10. Ce sera le côté de ce décagone.

Depuis 1 jusqu'à 10 pour le décagone, on procèdera de la manière suivante. Le nombre donné pour le décagone: cela fait 370. Je le multiplie par 2: cela fait 740. J'ajoute la valeur d'un côté: cela fait 750. Je multiplie par 1 de plus, c'est-à-dire par 11: cela fait 8250. Je divise par 6: cela fait 1375. Si on a dit avec les côtés, le nombre donné pour le triangle, cela fait 55: j'ajoute ce nombre. Si c'est sans les côtés, je retranche ce nombre et je donne le résultat¹⁰⁶.

¹⁰⁴ <Et postea VIII ductum facio>: cette addition indispensable n'est pas faite par Bubnov.

¹⁰⁵ Le décagone de la *Géométrie* pseudo-boécienne (p. 422 lignes 9-17 Friedlein) a la même mesure pour son côté, 10, et le calcul est le suivant: $10 \times 10 = 100$; $100 \times 8 = 800$; $800 - (10 \times 6) = 740$; $740/2 = 370$: même calcul, exactement, que dans le présent § 35. Les *Geometrica*, p. 384 lignes 23-27 Heiberg, ont aussi un côté de 10 et calculent: $10 \times 10 = 100$; $100 \times 15 = 1500$; $1500/2 = 750$. Ils reprennent donc exactement Héron, *Metrica*, 1, 23, p. 62 lignes 7-10 Schöne (en supprimant, comme toujours, la démonstration géométrique qui a précédé).

¹⁰⁶ Ces deux derniers résultats sont exprimés dans le Parisinus 13955: 1430 et 1320.

36. Omnis undecagonus aequis habetur lateribus; cuius latus unum in se multiplico et postea nouies duco, ipsam aeram septies ductam deduco, dimidiam partem sumo, undecagonum dico.

Si fuerit undecagonus cuius latera singula sint ped. X, quaero quot ped. area colligat. $\overline{SQ}$. Multiplico unum latus in se: fit C. Hoc duco per VIII: fit DCCCC. Hinc deduco aeram septies ductam: fit LXX. Reliquum DCCCXXX; sumpta parte dimidia fit CCCCXV. Tot ped. area colligit.

Vt huius undecagoni manifestam mensurae inueniamus rationem: est igitur undecagonus cuius area colligit ped. CCCCXV; unius lateris quaero mensuram. $\overline{SQ}$. Duco LXXII per CCCCXV: fit $\overline{XXVIIIIDCCCLXXX}$; semper adicio XLVIII: fit $\overline{XXVIIIIDCCCCXXVIII}$; huius summae quaero latus; fit CLXXIII; huic adicio semper VII: fit CLXXX; sumpta parte XVIII^{ma} fit X. Est undecagoni latus.

Ab asse usque X in undecagonum, $\overline{SQ}$. Numerum datum in undecagonum: fit CCCCXV; hoc duco bis: fit DCCCXXX. Adicio ipsum X: fit DCCCXL. Duco per unum plus: fit $\overline{VIIIICXXL}$. Partior sexies: fit MDLXL. Si cum lateribus dixerit, numerum datum in trigonum adicio: fit MDXCV. Si sine lateribus dixerit, hoc deduco et renuntio.

36. Tout hendécagone est contenu par des côtés égaux; je multiplie l'un de ses côtés par lui-même, et ensuite je multiplie par 9, je retranche le nombre donné lui-même multiplié par 7, je prends la moitié, je donne l'hendécagone.

Si l'on a un hendécagone dont chacun des côtés ait 10 pieds¹⁰⁷, je demande de combien de pieds sera la surface. On procèdera de la manière suivante. Je multiplie un côté par lui-même: cela fait 100. Je multiplie ce nombre par 9: cela fait 900. De ce nombre, je retire le nombre donné multiplié par 7: cela fait 70; il reste 830. On prend la moitié: cela fait 415. Tel est le nombre de pieds de la surface.

Pour trouver le calcul évident de cet hendécagone: on a donc un hendécagone dont la surface fait 415 pieds. Je demande la mesure d'un côté. On procèdera de la manière suivante. Je multiplie 72 par 415: cela fait 29880. J'ajoute 49: cela fait 29929. Je cherche le côté de ce nombre: cela fait 173. A ce nombre, j'ajoute toujours 7: cela fait 180. Si l'on prend le 1/18ème, cela fait 10. C'est le côté de l'hendécagone.

Depuis 1 jusqu'à 10 pour l'hendécagone, on procèdera de la manière suivante. Le nombre donné pour l'hendécagone: cela fait 415. Je le multiplie par 2: cela fait 830. J'ajoute 10: cela fait 840. Je multiplie par 1 de plus: cela fait 9240. Je divise par 6: cela fait 1540. Si on a dit avec les côtés, j'ajoute le nombre donné pour le triangle: cela fait 1595. Si on a dit sans les côtés, je retranche ce nombre et je donne le résultat¹⁰⁸.

¹⁰⁷ L'hendécagone des *Geometrica* (p. 384 ligne 28-p. 386 ligne 5 Heiberg) a aussi un côté de 10 pieds et le calcul est le suivant: $10 \times 10 = 100$; $100 \times 66 = 6600$; $6600/7 = 942 \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{42}$ (système égyptien de notation des fractions). Après une démonstration géométrique et au terme des mêmes calculs, Héron, *Metrica*, 1,24, p. 62 lignes 11-28 Schöne, écrit le résultat sous la forme $942 \frac{6}{7}$. La *Géométrie* du Pseudo-Boèce (p. 423 lignes 1 sq. Friedlein) ne donne pas de calcul à propos de l'hendécagone et se contente de dire qu'il faut procéder comme pour les polygones précédents.

¹⁰⁸ Ce résultat est exprimé dans le Parisinus 13955: 1485.

37. Omnis duodecagonus aequis habetur lateribus; cuius latus unum in se multiplico et iterum decies duco, ipsam aeram octies ductam deduco, dimidiam partem sumo, duodecagonum dico.

Si fuerit duodecagonus cuius latera singula habeant ped. X, quaero quot ped. area colligat. $\overline{\text{SQ}}$. Multiplico unum latus in se: fit C. Hoc duco decies: fit M. Hinc deduco aeram octies, hoc est LXXX. Fit reliquum DCCCCXX; sumo partem dimidiam: fit CCCCLX. Tot ped. est huius duodecagoni area.

Vt huius duodecagoni manifestam mensurae inueniamus rationem: est itaque duodecagonus cuius area colligit ped. CCCCCCLX; unius lateris mensuram quaero. $\overline{\text{SQ}}$. Duco LXXX per CCCCLX: fit XXXXVIDCCC; semper adicio LXIII, fit XXXXVIDCCCLXIII; et huius summae quaero latus: fit CXCII; huic adicio VIII: fit CC; sumpta parte XXma fit X. Erit huius duodecagoni latus.

Ab asse usque X in duodecagonum, $\overline{\text{SQ}}$. Numerum datum in duodecagonum: fit CCCCLX; hoc duco bis: fit DCCCCXX. Adicio ipsum X: fit DCCCCXXX. Duco per unum plus, hoc est XI: fit XXXXXX. Partior per partem VIam: fit MDCCV. Si cum lateribus dixerit, numerum datum in trigonum, fit LV; adicio: fit MDCCLX. Si sine lateribus dixerit, deduco et renuntio.

37. Tout dodécagone¹⁰⁹ est contenu par des côtés égaux; je multiplie l'un de ses côtés par lui-même, ensuite je multiplie par 10, je retranche le nombre donné lui-même multiplié par 8, je prends la moitié, je donne le dodécagone.

Si l'on a un dodécagone dont chacun des côtés ait 10 pieds, je demande de combien de pieds sera la surface. On procèdera de la manière suivante. Je multiplie un côté par lui-même: cela fait 100. Je multiplie ce nombre par 10: cela fait 1000. De ce nombre, je retire le nombre donné multiplié par 8, c'est-à-dire 80; il reste 920. Je prends la moitié: cela fait 460. Tel est le nombre de pieds de la surface du dodécagone.

Pour trouver le calcul évident de ce dodécagone: on a donc un dodécagone dont la surface fait 460 pieds. Je demande la mesure d'un côté. On procèdera de la manière suivante. Je multiplie 80 par 460: cela fait 36800. J'ajoute 64: cela fait 36864. Je cherche le côté de ce nombre: cela fait 192. A ce nombre, j'ajoute toujours 8: cela fait 200. Si l'on prend le 1/20ème, cela fait 10. C'est le côté du dodécagone.

Depuis 1 jusqu'à 10 pour le dodécagone, on procèdera de la manière suivante. Le nombre donné pour le dodécagone: cela fait 460. Je le multiplie par 2: cela fait 920. J'ajoute 10: cela fait 930. Je multiplie par 1 de plus, c'est-à-dire par 11: cela fait 10230. Je divise par 6: cela fait 1705. Si on a dit avec les côtés, le nombre donné pour le triangle: cela fait 55, je l'ajoute: cela fait 1760. Si on a dit sans les côtés, je le retranche et je donne le résultat¹¹⁰.

¹⁰⁹ La *Géométrie* du Pseudo-Boèce ne donne pas de calculs concernant le dodécagone. Dans les *Geometrica* pseudo-héroniens (p. 386 lignes 6-10 Heiberg), le dodécagone a aussi 10 pieds de côté; le calcul est le suivant: $10 \times 10 = 100$; $100 \times 45 = 4500$; $4500/4 = 1125$. C'est une reprise des *Metrica* d'Héron, 1,25, p. 64 lignes 29-31 Schöne (sans la démonstration, comme toujours).

¹¹⁰ Ce résultat, 1650, est donné dans le Parisinus 13955.

38. Sphaera est cuius diametrum ped. XIII; quaero huius sphaerae inauraturam. $\overline{SQ}$. Semper diametrum duco bis: fit XXVIII. Hoc multiplico in se: fit DCCLXXXIII. Hoc duco Xies: fit VIIIDCXXIII. Sumpta parte XIII^{ma} fit DCXVI: tot ped. erunt.

39. Si fuerit cyclus cuius est diametrum ped. XIII, [quadrati] huius cycli aream quaero. $\overline{SQ}$. Facio diametrum in se: fit CXCVI;

38. On a une sphère dont le diamètre est de 14 pieds; je demande la surface¹¹¹ de cette sphère¹¹². On procèdera de la manière suivante. Je multiplie toujours le diamètre par 2: cela fait 28. Je multiplie ce nombre par lui-même: cela fait 784. Je multiplie ce nombre par 11: cela fait 8624. Si l'on prend le 1/14ème, cela fait 616: tel sera le nombre de pieds.

39. Si l'on a un cercle dont le diamètre est de 14 pieds, je demande la surface de ce cercle¹¹³. On procèdera de la manière

¹¹¹ *Inauraturam*: ce mot est inattendu. Chez Balbus (p. 97 l.8 Lachmann), il signifie "dorure". Faut-il supposer que, dès l'Archerianus et dès l'archétype sur lequel celui-ci est copié, il se substitue à un hypothétique *curvaturam*? Ce dernier mot lui-même ne serait pas pleinement satisfaisant. M. FOLKERTS, "Boethius" *Geometrie II*, Wiesbaden, 1970, p. 102, traduit "Oberfläche". Voici, à toutes fins utiles, le texte de la note consacrée par V. Mortet (p. 545) à cette difficulté: "L'expression technique *inauratura* se trouve déjà chez Balbus (*Gromatici ueteres*, p. 97) et s'applique à une surface, soit la surface dorée d'un objet de forme ronde, par exemple, comme une sphère recouverte d'une couche métallique. Toute la superficie d'un globe sphérique étant ainsi recouverte d'une couche dorée, l'expression *inauratura circuli* a désigné très anciennement la surface de la sphère; c'était une question de géométrie pratique à résoudre que de calculer la superficie ou le volume d'une sphère d'une grandeur donnée; la sphère elle-même était considérée dans son volume comme un grossissement du cercle (*circulum incrassare*), suivant toutes les positions que ce cercle pouvait avoir autour d'un même centre. Nous trouvons le procédé de calcul usité pour obtenir la mesure de la surface de la sphère. Nous renvoyons pour plus de détails à la note de M. Curtze (p. 141) et à l'observation de M. Wölfflin qui y fait suite. Que l'on suppose toute dorée la sphère sur laquelle se dressait la statue de la Victoire chez les anciens, c'était une question pratique à résoudre pour les géomètres que de savoir quelle quantité de métal devait servir à orner cette sphère, comme aussi de savoir combien de métal pourrait entrer dans l'intérieur de cette même sphère. Au moyen âge, on retrouve dans la *Géométrie* de Gerbert (éd. Olleris, p. 466) l'expression *circuli inauratura*; - on a dû confondre alors *inauratura* (de *inaurare*) avec la forme *ornatura* (de *ornare*), dont la signification était, en fin de compte, équivalente, et l'on a eu ainsi *orneure du cercle*, qui a signifié au XIII^e siècle surface de la sphère. Voir Cantor, *Vorlesungen ueber Geschichte der Mathematik*, vol. II, Leipzig, Teubner, 1892, p. 83".

¹¹² Cf. Pseudo-Héron, *De mensuris*, 36, p. 190 l.19 - p. 192 l.7 Heiberg.

¹¹³ Cf. Pseudo-Héron, *De mensuris*, 35, p. 190 lignes 12-18 Heiberg. Noter que [*quadrati*] est ici encore (comme au début des § 24 et 29) un développement erroné d'une abréviation *Q* = *quaero* qui devait figurer dans l'archétype.

et hoc duco XIes: fit Π CLVI; huius sumimus partem XIIIam: fit CLIII; tot ped. erit huius cycli embadum, hoc est area.

40. Si fuerit circuitio ped. XLIII, diametrum ped. XIII, quaero huius areae ped. $\overline{SQ}$. Sumo circuitiorem per partem dimidiam: fit XXII; et diametrum per partem dimidiam: fit VII; hoc duco per XXII: fit CLIII. Tot erunt huius areae ped.

41. Si fuerit hemicyclus cuius sit basis ped. XXVIII, curuatura ped. XIII, quaero huius hemicycli aream. $\overline{SQ}$. Facio huius hemicycli basim per curuaturam, id est XXVIII per XIII: fit CCCXCII; hoc duco XIes: fit IIICCCXXII. Sumpta parte XIII fit CCCVIII; tot ped. est huius hemicycli area.

42. Absidem ad circinum datam, $\overline{S} < \overline{Q} >$. Curuaturam altitudinis per basim multiplicatam duco undecies; sumo partem XIII: erit embadum.

suivante. Je fais le diamètre par lui-même: cela fait 196; et je multiplie ce nombre par 11: cela fait 2156¹¹⁴; nous prenons le 1/14ème de ce nombre: cela fait 154; tel sera le nombre de pieds de la surface¹¹⁵ de ce cercle.

40. Si l'on a une circonférence de 44 pieds et un diamètre de 14 pieds, je demande les pieds de la surface correspondante¹¹⁶. On procèdera de la manière suivante. Je prends la circonférence par la moitié: cela fait 22; et le diamètre par la moitié: cela fait 7; je multiplie ce nombre par 22: cela fait 154; tel sera le nombre de pieds de cette surface.

41. Si l'on a un demi-cercle dont la base est de 28 pieds et la courbure¹¹⁷ de 14 pieds, je demande la surface de ce demi-cercle. On procèdera de la manière suivante. Je fais la base de ce demi-cercle par la courbure, c'est-à-dire 28 par 14: cela fait 392; je multiplie ce nombre par 11: cela fait 4312; si l'on prend le 1/14ème, on a 308: tel est le nombre de pieds de la surface de ce demi-cercle.

42. Une abside¹¹⁸ donnée au compas: on procèdera de la manière suivante: je multiplie par 11 la courbure de la hauteur multipliée par la base; je prends le 1/14ème; ce sera la surface.

¹¹⁴ Le texte de Bubnov, sans doute par erreur typographique, porte ἸΙCLXVI.

¹¹⁵ *Embadum, hoc est area*, précise le texte latin, en faisant suivre le terme grec de sa traduction latine.

¹¹⁶ Cf. Pseudo-Héron, *De mensuris*, p. 190 Heiberg.

¹¹⁷ *Curvatura*, comme chez Vitruve, 7,3.

¹¹⁸ Dans les *Définitions* du Pseudo-Héron (déf. n° 30, p. 34 lignes 10-12 du vol. 4 de l'édition Heiberg), l'abside est définie comme "segment de cercle plus petit qu'un demi-cercle". Ici, elle est considérée comme un demi-cercle, exactement comme dans les *Geometrica* du Pseudo-Héron qui écrivent: (p. 352 ligne 2 Heiberg): ἔστω ἡμικύκλιον ἥτοι ἀψῖς ...

43. In trigonum orthogonium circulum inscribere qui omnes eius lineas tangat. $\overline{S} < \overline{Q}$. Iunge cathetum et basem; deme hypotenusam; erit diametron circuli.

44. Centuriarum quadrarum deformatio si <ue> mensurarum diuersarum ritus.

Centuria habet ped. $\overline{\Pi CCCC}$ per $\overline{\Pi CCCC}$, passus $\overline{CCCCLXXX}$ per $\overline{CCCCLXXX}$, actus $\overline{XX}$ per $\overline{XX}$, cubita $\overline{MDC}$ per $\overline{MDC}$, perticas $\overline{CCXL}$ per $\overline{CCXL}$, agnas $\overline{DC}$ per $\overline{DC}$; p(erticas) $\overline{LVIIDC}$, ped. <constratos> $< \overline{V} > \overline{DCCLX}$, actus constratos $\overline{CCCC}$: efficit iugera $\overline{CC}$.

45. Pes habet palmos $\overline{IIII}$, cubitus habet pedem $\overline{I}$ semissem, gradus habet ped. $\overline{II}$ semissem, passus habet ped. $\overline{V}$, ulna ped. $\overline{IIII}$, decempeda habet ped. $\overline{X}$ digitorum $\overline{XVI}$, pertica habet ped. $\overline{XII}$ digitorum $\overline{XVIII}$, actus habet ped. $\overline{CXX}$, perticas $\overline{XII}$; stadius habet ped. $\overline{DCXXV}$; miliarius habet passus $\overline{M}$, ped. $\overline{V}$; porca habet ped. $\overline{VIIIC}$; agnua habet ped. $\overline{XIIII CCCC}$; iugerus habet ped. $\overline{XXVIII DCCC}$.

46. Mensurarum genera sunt tria: rectum, planum, solidum. Rectum est cuius longitudinem tantummodo metimur; planum est cuius longitudinem et latitudinem <metimur; solidum est cuius longitudinem et latitudinem> et crassitudinem metimur.

43. Dans un triangle rectangle, inscrire un cercle¹¹⁹ qui touche toutes ses lignes. On procèdera de la façon suivante: additionne la hauteur et la base; soustrais l'hypoténuse; ce sera le diamètre du cercle.

44. Formation des centuries carrées, ou différents types de mesures¹²⁰. La centurie contient 2400 pieds sur 2400, 480 pas sur 480, 20 actus sur 20, 1600 coudées sur 1600, 240 perticae sur 240, ou 600 agnae sur 600; 57600 perticae, 5760000 pieds carrés, ou 400 actus carrés; elle fait 200 jugères.

45. Le pied contient 4 paumes, la coudée contient un pied et demi, le gradus contient deux pieds et demi, le pas contient 5 pieds, l'aune 4 pieds, la decempeda contient 10 pieds de 16 doigts, la pertica contient 12 pieds de 18 doigts, l'actus contient 120 pieds, ou 12 perticae; le stade contient 625 pieds; le mille contient 1000 pas, ou 5000 pieds; la porca¹²¹ contient 7200 pieds; l'agnua¹²² contient 14400 pieds; le jugère contient 28800 pieds.

46. Il y a trois genres d'angles: le droit, l'aigu, l'obtus. Le droit est celui qui est établi à l'équerre. L'aigu est celui qui est plus petit que le droit. L'obtus est celui qui est plus grand que le droit.

¹¹⁹ Version très résumée du même problème exposé dans le passage parallèle de la *Géométrie* du Pseudo-Boèce, p. 412 ligne 20-p. 413 ligne 9 Friedlein, qui contient un exemple numérique. Cf. Euclide, *Eléments*, 4,4.

¹²⁰ Les quatre § qui suivent sont édités par Lachmann p. 245 l.1 - p. 246 l.9, précédés de la mention *Ex libro Balbi, ex libro Caesaris, ex lege triumvirali*; seul *ex libro Balbi* s'applique à nos quatre §. Du reste le texte n'est pas exactement celui de Balbus: y figurent des mesures que Balbus ne cite pas. Ces tables de mesures étaient fort répandues et toutes ne sont pas à rapporter forcément à Balbus (cf. p. 94 l.9 sq. Lachmann). - Les § 44-53 sont attribués à Vitruvius Rufus (avec un?) par Bubnov (p. 548).

¹²¹ La *porca* est attestée chez Columelle 5,1,5: *Actus quadratus undique finitur pedibus CXX. Hoc duplicatum facit iugerum, et ab eo quod erat iunctum nomen iugeri usurpavit; sed hunc actum provinciae Baeticae rustici acnuam uocant: itemque triginta pedum latitudinem et CLXXX longitudinem porcā dicunt.*

¹²² *Agnua* ou *acnua*: outre Columelle, 5,1,5, cité à la note précédente, cf. Varron 1,10,2.

47. Angulorum genera sunt tria: rectus, acutus, hebes. Rectus est qui normaliter constitutus est; acutus est qui minor est recto; hebes est qui maior est recto.

48. Ab asse quousque uolueris cum suis et sine suis lateribus in quadratum, ut sint ped. Si interrogatus fueris X ab asse in se, facies decem, fit III et s<emper> adic<i>es ζ, fit IIIζ; hoc undecies, fit XXXVIIIζ; et iterum hoc decem, fit CCCLXXXV: erit X ab asse in se.

Aliter ab asse in se: numerum datum in se: fit C; ducis bis; adicis ipsum X; fit CCX; hoc ducis per unum plus et dicis semper partem sextam: fit CCCLXXXV.

49. Decem in <dynamo>dynamum: facio X in se; fit C; et centum in se: fit X; erit decies in <dynamo>dynamum.

50. Decem in cubo: facies X in se: fit C; et hoc ducis decies: fit numero M; erit X in cubo.

47. Il y a trois genres de mesures: le droit, le plan, le solide. Le droit est ce dont nous mesurons seulement la longueur. Le plan est ce dont nous mesurons la longueur et la largeur. Le solide est ce dont nous mesurons la longueur, la largeur et l'épaisseur.

48. Depuis 1 jusqu'où tu voudras avec et sans les côtés pour le carré, pour que ce soit des pieds: si l'on te demande 10 depuis l'unité par lui-même, tu feras 10; cela fait 3; et tu ajouteras toujours un demi: cela fait trois et demi; ce nombre onze fois, cela fait 38,5; et à nouveau ce nombre 10 fois, cela fait 385; ce sera 10 depuis 1 par lui-même.

Autre méthode: le nombre donné par lui-même: cela fait 100; tu multiplies par 2; tu ajoutes 10 lui-même; cela fait 210; tu multiplies ce nombre par 1 de plus et tu donnes toujours le 1/6ème: cela fait 385¹²³.

49. Dix en <puissance de>¹²⁴ puissance: je fais 10 par lui-même: cela fait 100; et 100 par lui-même: cela fait 10000; ce sera 10 en <puissance de> puissance.

50. Dix au cube¹²⁵: tu feras 10 par lui-même: cela fait 100; et tu multiplieras ce nombre par 10: cela fait 1000; ce sera 10 au cube.

¹²³ Ce paragraphe ramène au contexte diophantien qui était celui des § 30 à 37. Ici, on calcule la valeur de la somme des dix premiers nombres-sommes carrés (c'est-à-dire que ce paragraphe serait tombé logiquement entre les § 28 et 30): $1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 + 81 + 100 = 385$. Mais l'expression est encore beaucoup plus ramassée et obscure que dans les § 30-37.

¹²⁴ Ici Bubnov suit le texte des mss.: *decem in dynamum*. Mais la δύναμις désigne x^2 , chez Diophante d'Alexandrie (voir là-dessus T. L. HEATH, *op. cit.*, vol. 2, p. 458); le même auteur utilise κύβος pour x^3 , et pour x^4 dont il s'agit ici δυναμοδύναμις: d'où ma restitution. Signalons que Diophante a ensuite δυναμόκυβος pour x^5 et κύβοκυβος pour x^6 .

¹²⁵ *In quibo* dans les mss. et chez Bubnov.

51. Item X ab asse in cubo: <facio> XZ: fit IIϸ; item X IIϸ: fit XXV; undecies XXV: fit CCLXXV; et iterum XI CCLXXV: fit IIIXXV: erit ab asse usque X in cubo. Item ab asse usque X in cubo: numerum in trigonum, fit LV; ipsum in se, fit IIIXXV. Si cum lateribus dixerit, numerum datum in trigonum, LV, si adieceris, erit cum lateribus; si deduxeris, erit sine lateribus.

52. Arborem siue turrem uel quodcumque fuerit excelsum ut sine umbra solis <uel> lunae mesures et dicas quot ped. habeat altitudinis, facis sic. Decumbe in dentes et da te retrorsum donec cacumen uideas, et ex eo loco unde cacumen p<er>l<e>ctum cum caelum uideris, surge et mensura per terram usque ad arborem uel turrem aut quod fuerit, et quot ped. inueneris, tot pedes sunt altitudinis eius.

53. In mille passu<s> per mille quadrata iug(era) DCCCLXVIII. Si interrogatus fueris decem milia per decem milia quot iug(era) quadrat<a> sint, facies numerum datum in se, totiens ducis aeram, [SS hoc est DCCCLXVIII], iug(era) respond<es>. Et quoniam dixi decem milia per decem milia, decies denique <decem, id est> centies DCCCLXVIII: fit LXXXVIDCCCC: tot iugera faciunt.

51. Maintenant, 10 depuis 1 au cube¹²⁶: <je fais> 10 divisé par 4¹²⁷: cela fait 2,5; de même, 10 par 2,5: cela fait 25; 11 fois 25: cela fait 275; et à nouveau 11 fois 275: cela fait 3025: ce sera depuis 1 jusqu'à 10 au cube. Autre méthode: le nombre donné pour le triangle, cela fait 55; ce nombre par lui-même, cela fait 3025. Si l'on a dit avec les côtés, le nombre donné pour le triangle, 55: si tu l'ajoutes, ce sera avec les côtés; si tu le retranches, ce sera sans les côtés.

52. Un arbre ou une tour ou quoi que ce soit qui s'élève au-dessus du sol, pour le mesurer sans l'ombre du soleil <ou> de la lune et dire le nombre de pieds de sa hauteur, tu fais comme suit. Allonge-toi menton contre terre¹²⁸ et recule jusqu'au moment où tu vois le sommet, et depuis l'endroit d'où tu observeras le sommet, quand tu auras vu le ciel, mets-toi debout et mesure sur le sol jusqu'à l'arbre ou jusqu'à la tour, ou quel que soit l'objet en question, et le nombre de pieds que tu auras trouvé sera celui de sa hauteur.

53. Dans mille pas sur mille il y a 868 jugères carrés. Si l'on te demande combien 10 milles sur 10 milles font de jugères carrés, tu feras le nombre donné par lui-même, tu multiplies autant de fois le nombre de base, [c'est-à-dire 868]¹²⁹, tu donnes la réponse en jugères. Et puisque j'ai dit 10 milles par 10 milles, tu fais enfin 10 par <10, c'est-à-dire>¹³⁰ 100, par 868: cela fait 86800: tel est le nombre de jugères.

¹²⁶ C'est le calcul de la valeur de la somme des 10 premiers "nombres-sommes" cubes: en effet, $1 + 8 + 27 + 64 + 125 + 216 + 343 + 512 + 729 + 1000 = 3025$.

¹²⁷ Le sens du signe Z qui suit X n'est pas clair. "Divisé par 4" ne s'appuie que sur le résultat qui suit, 2,5.

¹²⁸ "Allonge-toi sur les dents", dit de manière pittoresque le texte latin, utilisant l'expression *in dentes decumbere* dont le sens est éclairé par la comparaison avec Vitruve, 8,1,1, où elle apparaît également.

¹²⁹ L'abréviation SS dans le texte latin paraît renvoyer à la glose *hoc est DCCCLXVIII*.

¹³⁰ Bubnov n'a pas fait cette addition qui paraît indispensable.